Préparation à l'agrégation de Sciences-Physiques ENS Physique

Physique pour les chimistes - Mécanique

– Bellier, Bouloy, Guéant : *Montages de physique*, Dunod.
– Livres du secondaire et de prépa, documents d'accompagnement des programmes.

L'objectif de ce TP est d'étudier des systèmes mécaniques simples mettant en évidence les concepts de base que sont les lois de Newton, et la conservation de l'énergie. Les manipulations proposées ci-dessous seront particulièrement utiles pour les leçons

- LP 8 et 20 : Conservation de l'énergie ;
- LP 14 : Gravitation et poids ;
- LP 26 : Régimes transitoires ;
- LP 24 : Oscillations.

I) Mouvement de chute libre

Dans le champ de pesanteur, un système subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$. Cette force est composée de la force d'attraction gravitationnelle de la Terre, et de la force d'inertie d'entraînement due à sa rotation (contribution mineure, mais qui peut être mise en évidence ; pour cette raison, le poids n'est pas exactement dirigé vers le centre de la Terre).

Si seule le poids s'applique sur le système, on dit qu'il est "en chute libre". Sans vitesse initiale, son altitude vérifie l'équation horaire $z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + z_0$ où z_0 est l'altitude initiale.

1) Temps de chute

L' *appareil à chute libre* permet de simplement mesurer le temps de chute : on lâche (en cessant d'alimenter un électroaimant) une bille de masse m sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$, ce qui déclenche un chronomètre. La percussion de cette bille à la distance h plus bas sur un godet arrête le chronomètre, ce qui permet de mesurer la durée de la chute $t(h)$.

Expériences :

- Répéter l'expérience pour plusieurs valeurs de h et représenter h en fonction du carré de la durée de chute. Justifier ce choix. Estimer les incertitudes de mesure, et les afficher sur le graphe. Vérifier en ajustant votre graphe que votre expérience est compatible avec l'équation horaire de la chute libre. Pour le traitement de données, on utilisera le logiciel QtiPlot (notice d'utilisation en annexe).
- Montrer que la durée de la chute est indépendante de la masse de la bille. Pour cela, on tracera t en fonction de m, avec barres d'érreurs.

NB : pour arrêter le chronomètre déclenché de façon intempestive, utiliser le bouton *Reset* (remise à zéro).

2) Dynamique de la chute

Au-delà du temps de chute, on peut vouloir tester la seconde loi de Newton de façon dynamique. On utilise pour cela une caméra rapide (Jeulin) reliée en USB à un ordinateur, celle-ci s'interface avec le logiciel *Cinéris* de *Atelier Scientifique*.

Protocole :

- Filmer la chute d'un système mécanique devant un écran lumineux ;
- Traiter la vidéo créée grâce au logiciel *Cinéris* pour extraire la position du centre de la bille en fonction du temps ;

– Extraire les données et les importer sur QtiPlot pour traitement.

Expériences possibles :
– Chute libre d'une bille lancée avec une vitesse initiale (utiliser le lanceur à ressort) ;
– Dynamique d'une balle rebondissante, étude de l'énergie mécanique.

Si l'utilisation d'une caméra rend le protocole un peu plus long, il donne accès à une étude énergétique, en particulier sa conservation dans le champ de pesenteur ou sa non-conservation lors d'un choc sur le sol (balle rebondissante).

Remarque : un autre exemple de mouvement dans un champ de pesanteur est celui d'une bille dans un fluide visqueux. Cette manipulation sera faite dans le "TP Fluides", constitue également une expérience de mécanique classique. Ce n'est cependant pas une chute libre, puisque la viscosité du fluide (glycérol) est grande, et la force de Stokes comparable au poids.

3) Logiciel de modélisation

Satellite est un logiciel d'intégration des équations du mouvement d'une masse dans un champ gravitationnel disponible sur tous les ordinateurs. Il permet d'étudier l'influence des conditions initiales sur le mouvement, et de chercher les paramètres des orbites des satellites géostationnaires. Le logiciel propose lui-même certains exercices, consultez les manuels de terminale pour des idées d'applications.

II) Mobiles autoportés

Protocole : On dispose d'une table et de deux mobiles autoporteurs[1] auxquels on peut ajouter des masselottes. Brancher les fils d'alimentation aux mobiles en veillant à fermer le circuit électrique. On suit le mouvement du (des) mobile(s) avec la caméra rapide Jeulin.[2] Des frottements subsistent souvent, pour les réduire il faut une surface bien plane. Consulter la notice de l'appareil.

Il s'agit de réaliser de manière quantitative **au moins une** expérience parmi la liste (non-exhaustive) ci-dessous.

1) Mouvement de mobiles pseudo-isolés

Un système mécanique est *pseudo-isolé* lorsque toutes les forces s'appliquant sur lui s'annulent. Une masse au repos sur une table est pseudo-isolée. Cependant, si on la met en mouvement, elle va subir de plus les frottements de la table. Le "coussin d'air" des "mobiles autoporteurs" permet de s'affranchir de ces frottements.

Pour une procédure expérimentale alternative, voir le Bellier, section 10.2.1, p 149.
– Si on lance un mobile sans vitesse initiale, vérifier qu'il se déplace à vitesse constante ;
– Si on donne une vitesse angulaire en plus, vérifier que le moment cinétique est conservé ;

[1] On évitera de parler de "table à coussin d'air" car c'est le mobile lui-même qui assure l'éjection de l'air.

[2] Le branchement avait une seconde utilité : il permettait de repérer la position des mobiles au cours du temps. On imposait des impulsions haute tension sur une pointe métallique au centre de chaque mobile, et le circuit était fermé par une feuille (chère) conductrice imbibée de pigments. On plaçait une feuille blanche entre la pointe et la feuille conductrice, et lors d'une décharge la feuille blanche était marquée d'un point d'encre. L'enregistrement était commandé par une pédale.

- Dans le cas de deux mobiles liés l'un à l'autre, vérifier que le centre d'inertie (barycentre des masses du système) qui se déplace à vitesse constante ;
- Étude de chocs asymétriques (l'un des deux mobiles est lesté), avec des collisions élastiques ou inélastiques (utiliser les bandes velcro) ;

2) Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Réf : voir aussi le Bellier, section 10.2.2, p 151
- Étude de l'effet de la gravité en penchant la table ;
- On peut fixer sur le côté de la table une poulie. En reliant un mobile de masse M à une masse m par l'intermédiaire d'un fil souple passant sur la poulie on exerce sur le mobile une force d'intensité constante dans la direction du fil. En supposant le fil inextensible et sans masse, montrer que l'accélération du mobile est $\frac{m}{m+M}g$.

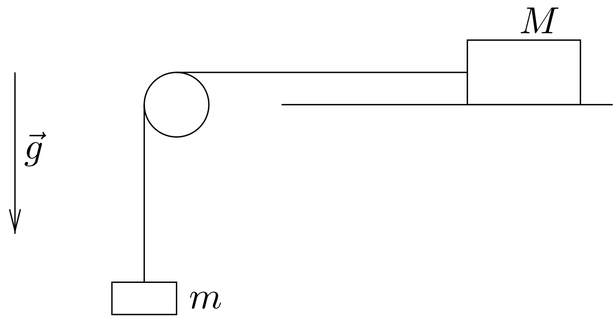

FIG. 1 – Poulie : obtenir une force constante sur un mobile

3) Mouvement à force centrale

Un mouvement est dit *à force centrale* lorsque la direction de la force s'exerçant sur le mobile C passe par un point O fixe au cours du temps. Dans ce cas le mouvement vérifie la loi des aires : l'aire de la surface balayée par OC au cours d'un intervalle de durée donnée est constante au cours du temps. Sur la figure ci-dessous chacun des secteurs triangulaires doit donc avoir la même aire.

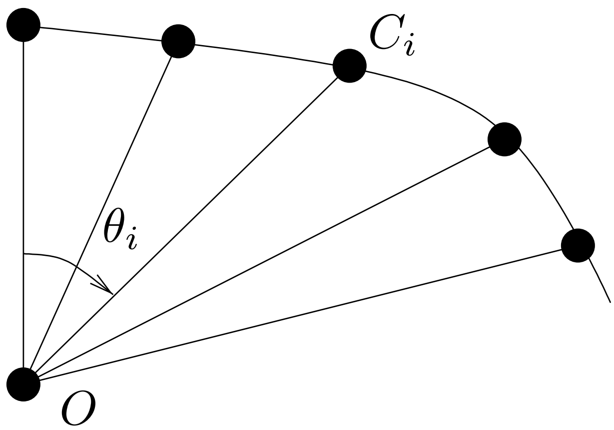

FIG. 2 – Vérification de la loi des aires

À l'aide de la poulie, ou en fixant l'extrémité du fil relié au mobile en un point fixe et en donnant une vitesse initiale au mobile réaliser un enregistrement et vérifier la loi des aires :

$$\frac{1}{2}(\theta_{i+1}-\theta_i)|\overrightarrow{\mathrm{OC}}_i|^2 = \mathrm{cste}$$

D'autres exemples de manipulations sont présentés dans le Bellier, section 9.1.3, p 138.

III) Oscillateurs

1) Rappels théoriques

Un grand nombre de situations physiques conduit à une équation différentielle du second degré à coefficients constants. Sous sa forme canonique, elle s'écrit

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{2}{\tau}\frac{dx}{dt}+\omega_0^2 x = 0.$$

où $x(t)$ est la grandeur physique considérée.

- $\omega_0\tau < 1$: le mouvement n'est pas oscillant, $x(t)$ tend exponentiellement vers sa valeur limite ;
- $\omega_0\tau > 1$: le mouvement est pseudo-périodique de pulsation $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}}$, la grandeur $x(t)$ est donnée par $x(t) = Ae^{-t/\tau}\cos(\omega t+\phi)$ et représente des oscillations amorties. Les constantes d'intégration A et ϕ sont déterminées par les conditions initiales. τ est le temps caractéristique d'amortissement.

Remarques

- Quand il n'y a pas de dissipation $b = 0$, la solution est purement sinusoïdale à la pulsation ω_0.
- On passe des pulsations ω aux fréquences ν selon $\omega = 2\pi\nu$.
- On pourra noter que les circuits électriques RLC rentrent dans le cadre de cette modélisation.
- La force exercée par un ressort est $-kx$, où k est la constante de raideur du ressort et x son élongation, c'est-à-dire la différence entre sa longueur et sa longueur à vide. Quand deux ressorts sont associés en parallèle leurs constantes de raideur s'ajoutent, en série ce sont les inverses des constantes de raideur qui sont additives.

On voit dans la suite deux exemples d'oscillateurs : le pendule simple et le ressort.

2) Pendule simple

Modélisation

Le pendule simple est schématisé sur le dessin de gauche de la figure 1 : une masse m, soumise à la pesanteur d'accélération g, est reliée à un point fixe par un fil de longueur ℓ de masse négligeable. Montrez (en utilisant le principe fondamental de la dynamique ou la conservation de l'énergie mécanique) que l'angle $\theta(t)$ avec la verticale vérifie :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g}{\ell}\sin\theta = 0;$$

Notez que cette équation est indépendante de la masse m. Dans le cas des petites oscillations on peut linéariser le sinus, on obtient alors des oscillations sinusoïdales de période $2\pi\sqrt{\ell/g}$, qui sont isochrones (*i.e.* leur période est indépendante de leur amplitude). N'oubliez pas que cette propriété

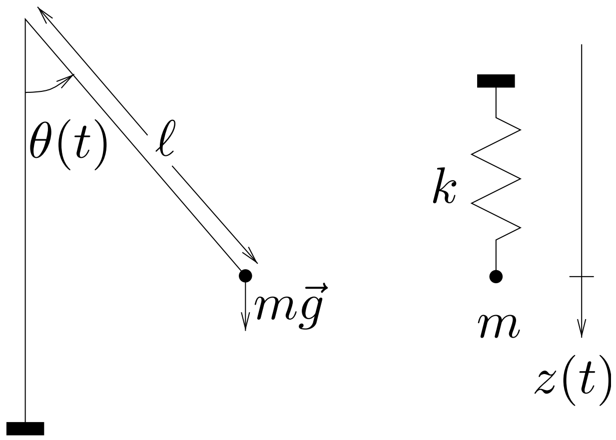

FIG. 3 – Deux exemples d'oscillateurs mécaniques : pendule simple et ressort vertical

repose sur la linéarisation du sinus et n'est donc vraie que pour des oscillations de faible amplitude.

Protocole : Vous disposez d'un pendule simple muni d'un capteur de mesure de l'angle $\theta(t)$ qui se relie à la carte SYSAM-SP5 ; le logiciel *Synchronie* reconnaît automatiquement le pendule et vous permet d'acquérir la fonction $\theta(t)$. En utilisant la fonction de modélisation du logiciel on peut ensuite déduire la pseudo-fréquence et le temps d'amortissement des oscillations. Attention, la tige ayant une masse pas négligeable par rapport à la masselotte extrémale, la période peut différer un peu de celle du pendule simple.

Expériences :

– vérifier l'isochronie des petites oscillations ; réaliser l'expérience pour différents angles et retrouver l'écart à l'isochronie, comparer à la valeur théorique ;
– montrer la diminution du temps d'amortissement en augmentant les frottements à l'aide d'une pale trempant dans un fluide ;
– considérer la conservation de l'énergie mécanique, somme des énergies cinétique et potentielle (voir la remarque plus bas).

Autre protocole : On peut aussi étudier de manière plus rudimentaire les oscillations d'un pendule simple fabriqué en suspendant une masse à un fil attaché à une potence, l'avantage étant la possibilité de faire varier, outre la longueur du fil, la masse de l'objet. La période peut se mesurer manuellement à l'aide d'un chronomètre (mesurer sur quelques périodes pour être plus précis) ou avec une fourche optique qui produit un signal électrique à chaque passage du pendule.

Expérience possible

On peut étudier l'influence de ℓ sur la période, en déplaçant la masse sur son axe ; comparer la valeur mesurée de la période à la prédiction théorique[3].

[3]Cette expérience ne fonctionne pas bien avec le pendule interfacé car celui-ci n'étant pas un pendule simple, la formule de la période diffère légèrement).

3) Dynamique d'un ressort vertical

Montrer que la masse du schéma de droite de la figure 1 a un mouvement oscillatoire de pulsation $\sqrt{k/m}$.

Expérience :
On peut étudier le mouvement d'une masse suspendue grâce à la caméra Jeulin, et en déduire la pulsation des oscillations.

IV) Mise en évidence de la troisième loi de Newton

Nous proposons ici une expérience permettant d'illustrer la troisième loi de Newton, aussi appelée principe des actions réciproques.

Première étape : nous disposons d'une balance sur laquelle repose une éprouvette remplie d'eau. Séparément, on prépare une masse attachée à un dynamomètre qui pend au dessus d'un support. On lit la masse m_1 affichée par la balance et la force F_1 exercée sur le dynamomètre (on pourra utiliser une balance tarée pour fixer $m_1 = 0$).

Deuxième étape : on immerge complètement la masse dans l'éprouvette comme illustré sur la figure ci-dessous. On lit la masse m_2 affichée par la balance ainsi que la force F_2 exercée sur le dynamomètre.

Calculer séparément $(F_2 - F_1)$ et $(m_2 - m_1)g$ (g est l'accélération de la pesanteur) puis comparer ces deux grandeurs. En déduire que cela illustre le principe des actions réciproques.

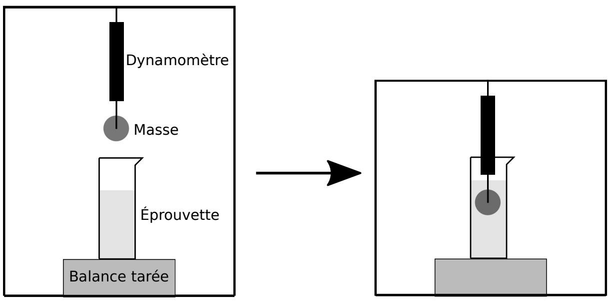

FIG. 4 – Dispositif expérimental mettant en évidence le principe des actions réciproques

V) Introduction à QtiPlot, tableur

QtiPlot est un logiciel libre pratique et puissant de tracé de courbes expérimentales et de traitement de données. C'est une alternative aux logiciels propriétaires tels que Origin, SigmaPlot ou Igor Pro. Une version totalement Open Source est SciDAVis

a) Premiers pas

Ouvrir le logiciel QtiPlot. Une table apparaît. Commençons par un exemple simple.

1. Taper 1, 2, 3, etc. jusqu'à 9 dans la première colonne.

2. Sélectionner la colonne 2, puis dans la barre d'outils aller dans *Table*, *Fixer les valeurs de la colonne à*. Dans la nouvelle fenêtre, vous allez pouvoir définir une expression pour la colonne 2. Par exemple *3∗col("1")*. Cliquer sur *OK*. La colonne 2 est remplie.

3. Ajouter la valeur "10" à la colonne 1. La colonne 2 est directement mise à jour, de même si une valeur de la colonne 1 est modifiée. Si vous modifiez en revanche une valeur dans la colonne 2, le calcul automatique est désactivé pour cette case. Vous pouvez le rétablir avec *Table*, *Recalculer*.

3. Sélectionner les deux colonnes, puis dans la barre d'outils choisir *Graphe*, *Symbole* et *Nuage* (une autre possibilité est un clic droit sur la sélection). Ce graphe ressemble fortement à une droite. Pour ajuster les points, sélectionner le graphe, et dans *Analyse*, sélectionner *Ajustement linéaire*. L'ajustement est très bon : un coefficient $R^2 = 1$ indique que la courbe passe exactement par tous les points. Ce coefficient mesure l'éloignement mathématique de la courbe d'ajustement et des points de mesure. Il ne contient **aucune information sur des incertitudes physiques**. Dans la légende et la fenêtre log sont données les valeurs des paramètres d'ajustement A et B ainsi que leurs incertitudes associées.

b) Raffinements

Nous avons réussi à tracer une courbe et l'ajuster par un modèle linéaire. Essayons d'aller un peu plus loin : réduire Table1 et Graphe1, puis avec un clic droit sur le fond gris, choisir *Nouvelle fenêtre*, *Nouvelle table* (ou Ctrl+T).

1. Ajouter une colonne supplémentaire. Pour cela plusieurs possibilités : via le menu *Table*, *Ajouter une colonne* ; ou clic-droit sur la table, ou encore double-clic à droite du nom de la seconde colonne. Pour accéder aux propriétés d'une colonne double-cliquer sur le nom. Obtenir la situation de la figure 1, avec IncertY donnée comme 10% de la colonne Tension. Noter [yEr] qui précise que cette colonne a vocation à contenir des barres d'erreur.

	Temps[X]	Tension[Y]	IncertY[yEr]
1	0	0,743	0,0743
2	0,777	1,53	0,153
3	1,555	5,119	0,5119
4	2,333	12,317	1,2317
5	3,111	31,37	3,137
6	3,8888	49,01	4,901
7	4,6666	78,94	7,894
8	5,444	289,63	28,963
9			

FIG. 5 – Tableau de valeurs à recopier sur QtiPlot

2. Tracer "Tension" en fonction de "Temps". Accéder aux propriétés du graphe en double-cliquant sur un des points du graphe. Modifier le Style, la taille, la couleur, la largeur pour obtenir un résultat similaire à la figure 2.

3. Double-cliquer sur les axes pour ouvrir les propriétés générales du graphe. La courbe ressemble à une exponentielle, passer donc en semi-log. Dans l'onglet *Axe*, modifier les noms des axes gauche et inférieur.

4. Ajouter les barres d'erreur verticales en cliquant sur *Graphe* dans la barre d'outils, *Ajouter des barres d'erreur*. Choisissez la colonne IncertY. Tant que vous y êtes, rajoutez des incertitudes horizontales de 15% dues à la précision de la mesure du temps. Vous devriez obtenir quelque chose similaire à la figure 3.

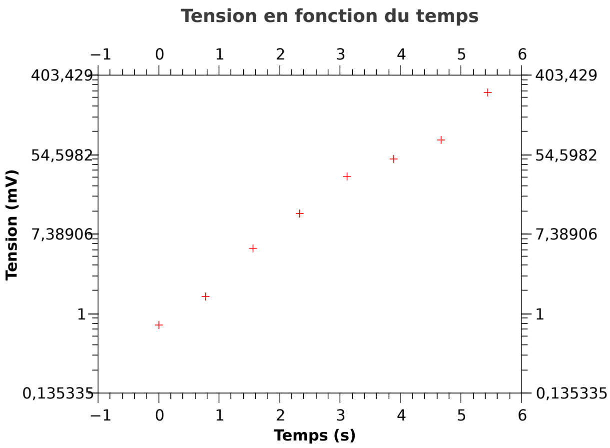

FIG. 6 – Graphe sans incertitudes

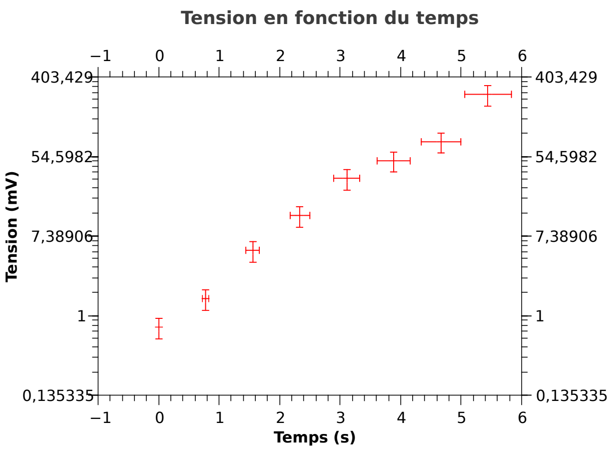

FIG. 7 – Graphe avec incertitudes

5. Il semblerait que cela soit une droite (en semi-log), donc potentiellement un modèle exponentiel. Lorsque le graphe est sélectionné, aller dans *Analyse*, *Assistant d'ajustement*. Choisir la fonction croissance exponentielle, et recopier la formule proposée dans le cadre en dessous. Appuyer sur la flèche. Cliquer sur *Aperçu* pour voir le tracé de l'ajustement avec les valeurs par défaut. Dans *Poids*, choisir *Poids directe* et indiquer la colonne servant d'incertitudes. Fixer y0 à 0. Choisir 1000 itérations, et cliquer sur *Ajuster*. Si l'ajustement a convergé, cliquer sur la flèche de droite. Sinon modifier les paramètres initiaux. Dans *Sortie personnalisée*, ne modifiez rien, et fermer la fenêtre. QtiPlot prend en compte les incertitudes lors de l'ajustement. Vous pouvez le vérifier en créant un second graphe, avec les mêmes valeurs sans barres d'erreur, et comparer les ajustements.

6. Lorsque des incertitudes sont spécifiées (comme cela devra être le cas dans toutes vos courbes expérimentales), le paramètre permettant de confirmer la validité du modèle est le χ^2 réduit, appelé chi2/doF dans QtiPlot. S'il est grand devant 1, les incertitudes ont été sous-estimées ; s'il est petit devant 1, elles ont été sur-estimées. Ce paramètre est proche de 1 pour les bons ajustements. Le résultat final est montré sur la figure 4. Attention, l'échelle semilog peut être trompeuse quant à l'accord de l'ajustement avec les données. Le modèle exponentiel est-il vérifié ?

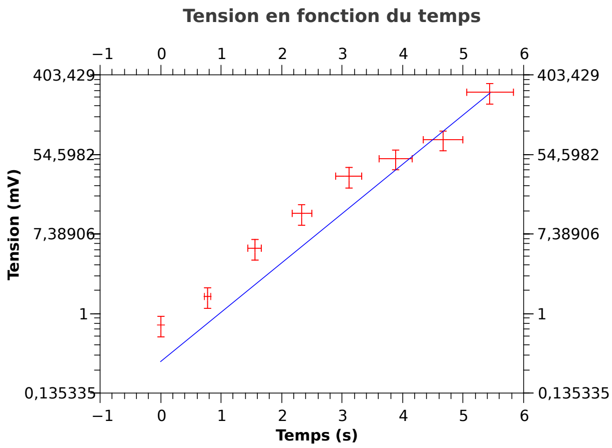

FIG. 8 – Graphe avec ajustement