



PSL 



SORBONNE  
UNIVERSITÉ

université  
PARIS-SACLAY

*Centre interuniversitaire de préparation à l'agrégation de Montrouge*

---

# OSCILLATEURS COUPLÉS - DÉTECTION SYNCHRONE

---

2022-2023



*This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited. This license does not permit commercial exploitation or the creation of derivative works without specific permission.*

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Deux oscillateurs couplés</b>	<b>3</b>
1.1	[1P] Pendules pesants couplés par un fil de torsion . . . . .	3
1.2	[1P] Couplage par mutuelle de deux résonateurs LC . . . . .	4
1.3	[AP] Couplage de deux résonateurs de Helmholtz . . . . .	5
1.4	[AP] Couplage de deux bulles . . . . .	6
<b>2</b>	<b>[1P] Systèmes à plus de 2 degrés de liberté</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Détection synchrone</b>	<b>7</b>
3.1	[1P] Mesure d'impédance par détection synchrone . . . . .	7
3.2	[1P] Détection d'un signal noyé dans le bruit . . . . .	8

**Bibliographie :**

Ce TP est découpé en deux parties distinctes : une étude des couplages d'oscillateurs et le fonctionnement d'une détection synchrone. La première partie est dans la suite logique du TP sur la résonance, on s'intéresse ici à l'effet du couplage de deux oscillateurs sur leurs fréquences de résonance. Pour les résonateurs de Helmholtz et les oscillations de bulles, on se référera aux descriptions de ces systèmes données dans le TP résonance.

## 1 Deux oscillateurs couplés

Deux systèmes sont couplés lorsqu'il peut y avoir des transferts d'énergie entre eux. On se limite aux systèmes à 1 degré de liberté, de sorte que le système couplé possède 2 degrés de liberté. Les équations dynamiques qui pilotent chaque système sont de la forme :

$$A_1 X_1'' + B_1 X_1' + C_1 X_1 = F(X_2'', X_2', X_2) \quad (1)$$

. On étudiera les cas où les termes de couplage dépendent uniquement de l'accélération ( $F(X_2'')$ ) : couplage inductif/inertiel) ou bien de la position ( $F(X_2)$ ) : couplage élastique)

### 1.1 [1P] Pendules pesants couplés par un fil de torsion

Pendules Eurosmart ENSP 4364 et 4365 ; consulter la notice.

- Le dispositif expérimental consiste en deux pendules Eurosmart sur lesquels un dispositif de fixation d'un fil de torsion a été adapté, ainsi que d'un lot de fils de torsions en cuivre.

Ces pendules sont à interfacer avec la centrale d'acquisition Sysam et le logiciel Latis-Pro (ex. Synchronie) (voir les polys de la série 0 sur les outils informatiques) : il suffit de brancher le câble des pendules sur la centrale d'acquisition.

- Le fil avec un bouton poussoir connecté au pendule permet de régler le zéro.
- Utiliser en premier le fil de torsion pour lequel le couplage est le plus faible, c'est-à-dire celui pour lequel les spires ont le plus grand rayon.
- Vérifier que le fil de torsion qui assure le couplage des pendules est bien serré au niveau de chaque pendule. Si on n'observe pas de battements, c'est probablement que le fil est mal serré.
- Faire en sorte que les pendules soient visiblement identiques (masse à la même hauteur, notamment).
- Si on souhaite transférer des données de Synchronie dans Qtiplot, il ne faut pas oublier de transformer les séparateurs décimaux (virgule dans Synchronie).

Pour montrer la présence du couplage, en partant de l'équilibre, maintenir écarté l'un des pendules et vérifier que l'autre est faiblement entraîné (le couplage est faible, c'est préférable ici).

Montrer l'existence de deux modes propres :

- Le mode symétrique : écarter (pas trop, afin que les équations différentielles restent quasi linéaires) les 2 pendules du même angle et les lâcher. Vérifier qu'il n'y a pas de battement et mesurer la période d'oscillation  $T_{sym}$ .
- Le mode antisymétrique : écarter les 2 pendules en opposition. Mesurer  $T_{antisym}$ .

Montrer qu'en général on a une combinaison de ces modes : écarter l'un des pendules et le lâcher. Commenter les transferts d'énergie. Mesurer la période des battements  $T_{batt}$ .

Vérifier que  $T_{batt}^{-1} = T_{antisym}^{-1} - T_{sym}^{-1}$ .

Il est possible de rendre cette expérience encore plus quantitative en étudiant l'influence des paramètres (centre de masse du pendule, constante de torsion), mais c'est lourd et fastidieux pour un intérêt faible. Il est préférable de développer cet aspect dans l'expérience des circuits électriques couplés.

## 1.2 [1P] Couplage par mutuelle de deux résonateurs LC

**Note sur le couplage par mutuelle** C'est l'équivalent d'un couplage par inertie en mécanique. Le principal avantage de l'étude du couplage par mutuelle est que les équations différentielles sont immédiates à poser car les caractéristiques de chaque circuit sont indépendantes du terme de couplage. L'inconvénient est qu'il faut déterminer la mutuelle par une expérience complémentaire.

**Introduction** On considère le montage de la figure 2.

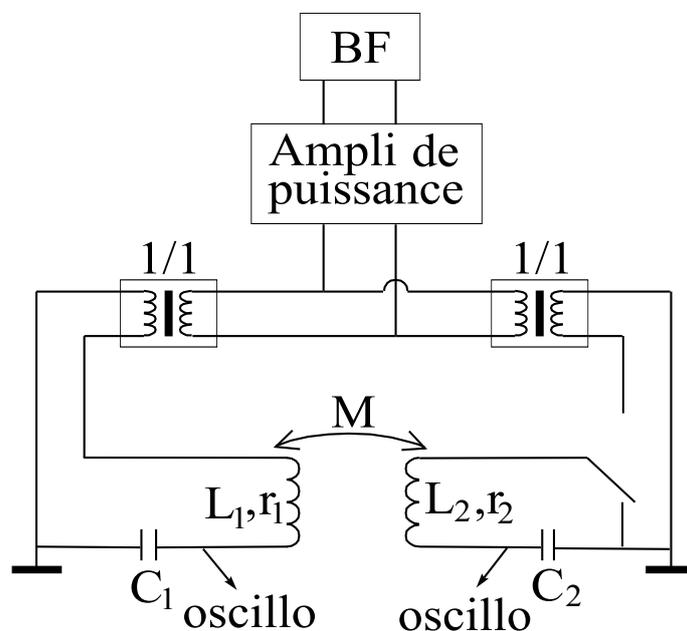


FIGURE 1 – Couplage par mutuelle de deux résonateurs LC.

L'ampli de puissance permet de s'affranchir de l'impédance de sortie du GBF. Les transformateurs d'isolement permettent d'isoler les deux circuits oscillants qui ne sont couplés que par la mutuelle  $M$ .

### Choix des composants

- On utilise des bobines Jeulin sur support dont on peut repérer la distance (on peut aussi utiliser des bobines Leybold mais leur position n'est pas repérée par un index).
- Commencer par mesurer les caractéristiques des 2 bobines :  $L$  (au  $RLC$ mètre) et  $r$  (en continu à l'ohmmètre); elles doivent être voisines d'une bobine à l'autre sinon changer l'une d'elles.
- Choisir  $C$  de façon à avoir une fréquence de résonance  $f_0$  de l'ordre de  $10kHz$  (à basse fréquence, le facteur de qualité  $Q = L\omega_0/r$  est faible; à haute fréquence, les pertes des bobines augmentent proportionnellement à  $\omega^2$ , réduisant à nouveau  $Q$ ).
- Si  $L_2$  est différente de  $L_1$ , ajuster  $C_2$  de façon que les 2 circuits aient la même fréquence de résonance (sinon la théorie se complique).

**Résonance des circuits couplés en régime sinusoïdal** Seul le circuit 1 est alimenté, l'autre est fermé par un court-circuit. Accoler les 2 bobines pour avoir la mutuelle maximale<sup>1</sup> et faire varier la fréquence manuellement ou, mieux, en "wobblant". Mesurer les 2 fréquences de résonance.

Montrer le rôle du couplage en écartant les deux bobines.

1. Il s'agit d'un couplage sans fer, il faut que le couplage reste faible et le comportement linéaire.

**Excitation de chaque mode propre en régime sinusoïdal** Alimenter les 2 circuits avec les transformateurs, mesurer la fréquence de résonance unique qui apparaît. En comparant les phases des 2 charges, indiquer s'il s'agit du mode symétrique ou antisymétrique qui est excité.

Inverser les bornes de sortie du second transformateur et reprendre l'expérience.<sup>2</sup> Quel mode excite-t-on ainsi ?

**Régime transitoire** En alimentant un seul des deux circuits, remplacer l'excitation sinusoïdale par un créneau de longue période (échelon de tension répété). En procédant comme précédemment, mettre en évidence la superposition des 2 modes propres lors d'une excitation quelconque, mesurer la fréquence des battements et comparer aux fréquences déjà mesurées. Pour que les battements soient bien visibles, il faut choisir un couplage faible. Une fois celui-ci trouvé, reprendre les mesures précédentes.

On peut aussi visualiser le régime transitoire de chaque mode indépendamment en choisissant l'excitation adéquate.

**[2P] Exploitation plus quantitative** Le coefficient de couplage est défini par :  $\theta = M/\sqrt{L_1L_2}$ , où  $M$  est la mutuelle. La théorie indique que, dans le cas où les 2 circuits ont la même fréquence de résonance  $f_0$ , les fréquences propres des circuits couplés sont données par :  $f_1 = f_0/\sqrt{1+\theta}$  et  $f_2 = f_0/\sqrt{1-\theta}$ , ce qui dans le cas d'un couplage faible conduit à la relation :  $T_{batt}^{-1} = T_2^{-1} - T_1^{-1} \simeq \theta T_0^{-1}$ .

Pour le vérifier expérimentalement, il faut mesurer la mutuelle en fonction de la distance entre les bobines (cf. Fig. 3, voir le TP "Électronique de base" pour plus de détails).

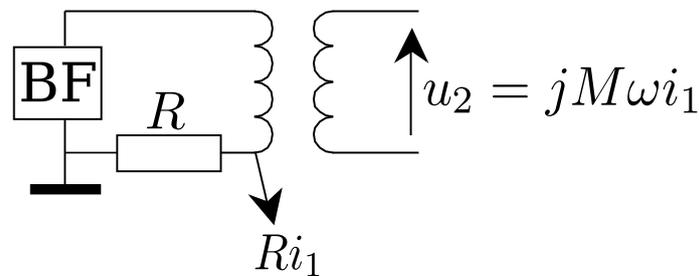


FIGURE 2 – Montage pour la mesure de l'inductance mutuelle  $M$ .

On peut faire varier l'induction mutuelle  $M$  en changeant la distance entre les deux bobines ; en montage de type : "bobines de Helmholtz".

### 1.3 [AP] Couplage de deux résonateurs de Helmholtz

Tout comme on peut coupler deux oscillateurs mécaniques ou électriques, les résonateurs acoustiques de Helmholtz peuvent se coupler de la manière indiquée sur la figure ci-dessous.

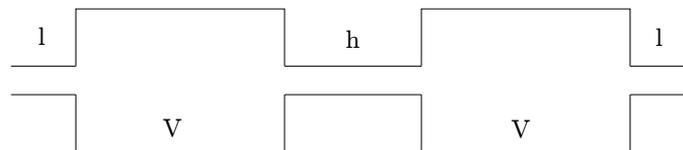


FIGURE 3 –

Dans ce cas, le système peut être modélisé par trois masses (d'air, contenues dans les goulots) séparées par deux ressorts (les volumes principaux). Pour le traitement de ce couplage, on se référera à MATHIEU *Vibrations* (chapitre 5). Les équations du mouvement font apparaître deux modes propres d'oscillation :

- un mode symétrique à  $f_s = f_0$ , où les pressions dans les volumes principaux sont en phase et la masse centrale reste immobile ;

2. Il ne faut pas changer le signe de la mutuelle au cours de cette expérience, sinon on change les caractéristiques du système et donc on n'étudie plus les modes de ce système.

- un mode antisymétrique de fréquence  $f_a$  telle que :  $f_a^2 = f_0^2 + 2F^2$  avec  $F = (C/2\pi)\sqrt{s/hV}$ , où les pressions dans les volumes principaux sont en opposition de phase, la masse centrale ayant un mouvement déphasé de  $\pi$  par rapport à chaque autre masse.

On pourra observer les deux résonances en traçant le diagramme de Bode du système couplé et illustrer la relation quantitative sur quelques exemples de longueur du tube de couplage (on peut se contenter de rechercher les fréquences de résonance pour gagner du temps). On peut également visualiser les phases des oscillations dans chacun des deux résonateurs et exciter sélectivement les modes symétrique et antisymétrique à l'aide de deux haut-parleurs branchés convenablement.

Par ailleurs, on peut étudier la résonance dans le cas où l'un des deux oscillateurs couplés a un fond plein (pas de deuxième goulot). On montre dans ce cas que les résonances ont lieu pour les fréquences ( $h = l$ )

$$f_+ = f_0 \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \quad \text{et} \quad f_- = f_0 \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} \quad (2)$$

. Observer. Justifier.

#### 1.4 [AP] Couplage de deux bulles

Utiliser le montage proposé dans la partie 1 de ce polycopié pour l'expérience de résonance acoustique d'une bulle.

On dispose d'un filet qui permet de piéger une bulle. On se propose d'étudier l'interaction entre une bulle déjà présente dans un filet et une nouvelle bulle que l'on crée. On est alors en présence de deux oscillateurs couplés. Émettre une bulle avec le plus gros tube capillaire et la coincer dans le filet, l'écarter légèrement du capillaire, de façon à pouvoir émettre une seconde bulle sans être gêné. Placer le microphone près de la première bulle. Émettre alors une seconde bulle. Lors de l'émission de la seconde bulle, les deux bulles vont toutes les deux osciller. On peut étudier le couplage de ces deux oscillateurs, en mesurant les deux fréquences propres du système. On peut en particulier s'intéresser à l'évolution de ces fréquences en fonction de la distance entre les deux bulles. Un exemple d'acquisition est donné sur la figure ci-dessous.

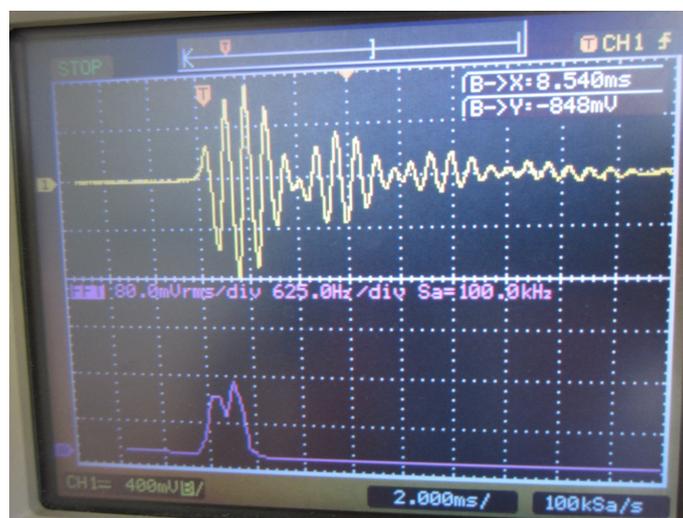


FIGURE 4 –

## 2 [1P] Systèmes à plus de 2 degrés de liberté

Il y a dans la collection un ensemble de 8 oscillateurs électriques LC couplés. On se référera à la notice *Chaîne d'oscillateurs couplés*, N.40, dans laquelle l'expérience est décrite de façon très détaillée.

### 3 Détection synchrone

#### 3.1 [1P] Mesure d'impédance par détection synchrone

Dans cette manipulation, on illustre la mesure d'une impédance par détection synchrone. Pour réaliser cette mesure, on fait passer un courant de la forme  $I_0 \cos(\omega t)$  une impédance inconnue  $\underline{Z} = Z_{re} + iZ_{im}$ . La tension aux bornes de cette impédance sera donc  $\underline{U}_Z = Z_{re}I_0 \cos(\omega t) + Z_{im}I_0 \sin(\omega t)$ . En multipliant cette tension par un signal synchrone en phase ou déphasé de  $90^\circ$ , on peut alors remonter directement à  $Z_{re}$  et  $Z_{im}$ .

Le montage suivant indique comment réaliser une telle mesure d'impédance. La résistance  $R_0$  permet de réaliser une conversion tension/courant sur la voie 1 du GBF. On obtient alors en sortie de l'AO une tension qui correspond directement à

$$V_s = -E_0/R_0 [Z_{re} \cos(\omega t) - Z_{im} \sin(\omega t)], \quad (3)$$

en écrivant  $E_0 \cos(\omega t)$  le signal du GBF. En multipliant ce signal par le même signal du GBF (représenté sur le schéma par la voie 2 du GBF), on obtient

$$V_m = -k_0 E_0^2 / R_0 [Z_{re} \cos^2(\omega t) - Z_{im} \sin(\omega t) \cos(\omega t)], \quad (4)$$

avec  $k_0$  le facteur multiplicatif du multiplieur, généralement  $0,1 \text{ V}^{-1}$ . En prenant la valeur moyenne de ce signal, soit avec un passe-bas correctement réglé, soit directement avec un multimètre, on obtient directement

$$\langle V_m \rangle = -\frac{k_0 E_0^2 Z_{re}}{2R_0}. \quad (5)$$

On remonte à  $Z_{im}$  de la même façon en déphasant le signal de la voie 2 du GBF de  $90^\circ$  par rapport à la voie 1 avant de l'injecter dans le multiplieur.

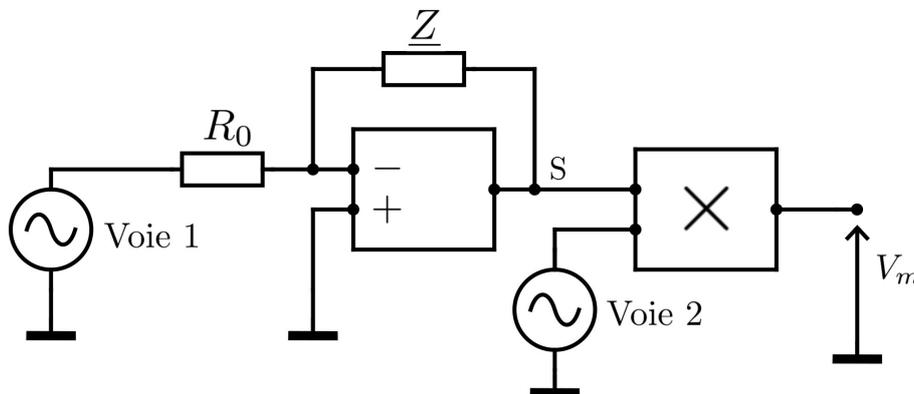


FIGURE 5 –

Prenant une résistance  $R_0 = 10\text{k}\Omega$ , on pourra effectuer une mesure d'impédance avec :

- une autre résistance
- une résistance et capacité en parallèle<sup>3</sup>. On pourra prendre par exemple  $10\text{k}\Omega$  et  $50 \text{ nF}$  à  $1\text{kHz}$ .
- une boîte à décade d'impédance, par exemple  $500 \text{ mH}$  à  $1\text{kHz}$ . Vérifier sa valeur au RLC-mètre, sachant que la résistance série associée vaut  $r_s = L\omega/Q$ .

Conseils pour la réalisation expérimentale :

- Un oscilloscope peut être utile pour visualiser les différentes tensions, et le signal en sortie du multiplieur. Pour illustrer une mesure quantitative d'impédance, on privilégiera cependant l'utilisation du voltmètre continu.

3. Une capacité seule peut intégrer une composante continue parasite, comme un courant de polarisation de l'AO, cf montage intégrateur.

- Une réalisation simple peut être effectuée avec une GBF 33500B, dont les deux voies peuvent être pilotées en phase. Il faut alors vérifier que les phases sont synchronisées en interne (que les zéros correspondent). Une option est proposée pour cela lorsque l'onglet "phase" est sélectionné. Alternativement, ou en l'absence de ce type de GBF, il est possible d'utiliser un montage déphaseur à une fréquence donnée avec un AO. C'est cependant plus fastidieux, et pas forcément utile dans un montage sur la détection synchrone.
- Une alternative à mesurer  $Z_{re}$  et  $Z_{im}$  est d'évaluer la phase et le module de l'impédance. Il faut alors commencer à détecter la phase en cherchant la phase sur la voie 2 du multiplieur qui annule la valeur moyenne du signal de sortie, ce qui est beaucoup plus précis que chercher la valeur maximale en sortie. On obtient une précision de l'ordre du demi-degré. On peut ensuite, en effectuant un déphasage de  $90^\circ$ , évaluer le module de l'impédance.

### 3.2 [1P] Détection d'un signal noyé dans le bruit

**Généralités** La détection synchrone permet d'extraire efficacement un signal du bruit. Une détection synchrone commerciale est constituée d'un multiplieur mélangeant un signal bruité et une référence (interne), un déphaseur pour la référence et un filtre passe bas. En général, la fréquence du signal est connue, mais on cherche son amplitude et sa phase, qui portent l'information que l'on recherche.

On souhaite détecter avec une détection synchrone un signal de faible amplitude, noyé dans le bruit.

La détection synchrone utilise un multiplieur qui multiplie le signal bruité et une onde sinusoidale appelée la référence. Elle est ensuite intégrée par un filtre RC qui permet de ne conserver que la composante basse fréquence. Lorsque le signal et la référence ont la même fréquence et la même phase, après filtrage, le produit des deux est maximum. En revanche pour une différence de fréquence entre signal et référence supérieure à la bande passante du filtre ou une phase de  $90^\circ$ , l'amplitude électrique après filtrage est nulle, au bruit près. Pour une différence de fréquence non nulle mais inférieure à la bande passante du filtre, le bruit résiduel est modulé par le battement entre les ondes.

Il est donc essentiel d'utiliser un générateur de fonctions qui permet de générer deux ondes, le signal et la référence, dont on contrôle précisément leurs fréquences respectives et la phase relative entre eux deux. Le filtre passe bas doit être de fréquence aussi faible que possible.

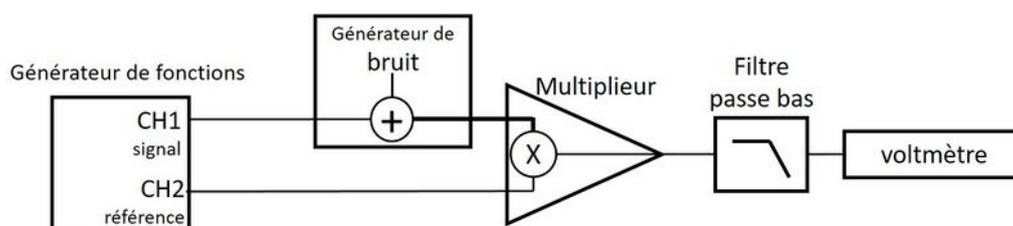


FIGURE 6 –

**Montage et étude qualitative** Additionner le signal, une sinusoïde de faible amplitude et de fréquence  $f_0$  (autour de 10 kHz), à un bruit (générateur de bruit). Choisir la plus grande amplitude (environ 100mV) permettant d'avoir un signal noyé dans le bruit. Sur le générateur de fonction sur la deuxième voie, définir une sinusoïde, appelée référence, de même fréquence et de la même phase que le signal. En revanche, son amplitude soit être importante pour augmenter la sensibilité de la mesure (10VPP).

Commencer par regarder sur l'oscilloscope le signal et la référence et les mettre en phase. Attention il est nécessaire de vérifier la phase chaque fois que la fréquence des deux voies est modifiée.

Observer le signal bruité, en sortie du générateur de bruit. Diminuer au maximum l'amplitude du bruit et observer la phase du signal en sortie. Remettre le bruit au maximum. Observer le signal bruité sur l'oscilloscope et moyenniser. Quel moyennage faut-il pour que le signal sorte du bruit ? Supprimer le moyennage. Peut-on observer le signal par FFT ?

Sur un multiplieur, appliquer en voie 1 ce signal bruité et en voie 2 la sinusoïde de référence. Brancher en sortie un filtre RC de très faible fréquence de coupure (1Hz). Mesurer à la sortie à la sortie du filtre RC sur un multimètre la tension. Changer la phase entre le signal et référence du générateur de  $90^\circ$ . Que mesure-t-on ? Remettre la phase de la référence puis changer sa fréquence. Qu'observe-t-on ?

**Étude quantitative** Prendre pour le filtre RC une fréquence de coupure très basse (typiquement 1Hz)

- Remettre la fréquence de la référence sur  $f_0$  et faire varier la phase. Estimer la sensibilité de la détection synchrone à la phase.
- Diminuer progressivement l'amplitude du signal sur le générateur de fonction (sans changer l'amplitude de la référence). Quelle est la limite de la sensibilité de détection du signal ?
- On teste maintenant maintenant l'efficacité du filtrage en fréquence. Quand on applique un filtre de fréquence de coupure  $f_c$ , il ne subsiste que le bruit en dessous de cette fréquence de coupure et le battement de fréquence  $f_0 - f_{ref}$  si sa valeur absolue est plus faible que  $f_c$ . En laissant une phase nulle, changer la fréquence de la référence autour de la fréquence  $f_0$  du filtre. Estimer le facteur de qualité de ce filtrage. Comparer avec une fréquence de coupure plus basse (0.1Hz).

Il est donc possible de mesurer la phase et la fréquence d'un signal faible noyé dans un bruit avec une fréquence de coupure très basse.